Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

5ème - Fractions

COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(**T** : compétences transversales, **N** : activités numériques, **G** : activités géométriques, **F** : gestion de données et fonctions)

	Intitulé des compétences	Eval.1	Eval.2	Eval.3
T1	Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours	○ ○	○ ○	○ ○
T2	Résoudre un problème et rédiger sa solution	○ ○	○ ○	○ ○
N11	Reconnaître si un nombre entier est un multiple ou un diviseur d'un autre nombre (*)	○ ○	○ ○	○ ○
N12	Utiliser des écritures fractionnaires différentes d'un même nombre	○ ○	○ ○	○ ○
N13	Comparer des nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur, ou dont le dénominateur de l'un est multiple du dénominateur de l'autre	○ ○	○ ○	○ ○
N14	Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur (*), ou dont le dénominateur de l'un est multiple du dénominateur de l'autre	○ ○	○ ○	○ ○
N15	Multiplier des nombres en écriture decimale ou fractionnaire	○ ○	○ ○	○ ○
N16	Effectuer à la main des calculs enchaînés avec des fractions	○ ○	○ ○	○ ○
N17	Utiliser la calculatrice pour effectuer des calculs avec des fractions	○ ○	○ ○	○ ○
N18	Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression d'une proportion	○ ○	○ ○	○ ○

Taux de réussite : ..... %
Note du chapitre : ..... /20
Moyenne de la classe : ..... /20

* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

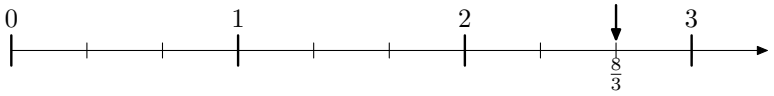
Légende du tableau de compétences :

Deux points verts :	*Je sais très bien faire*
Un point vert :	*Je sais bien faire, mais il reste quelques erreurs*
Un point rouge :	*Je ne sais pas bien faire, il y a trop d'erreurs*
Deux points rouges :	*Je sais pas faire du tout*

5.1 Ecriture fractionnaire d'un quotient

Soient a et b deux nombres, b étant différent de 0.
Le **quotient** de a par b peut s'écrire sous forme **fractionnaire** : $a \div b = \frac{a}{b}$, et on a $b \times \frac{a}{b} = a$.
Si les deux nombres a et b sont entiers, le quotient $\frac{a}{b}$ est appelé "fraction", a est appelé **numérateur** de cette fraction, alors que b est appelé **dénominateur** de cette fraction.
Par exemple,

- l'écriture fractionnaire du quotient de 8 par 5 est $\frac{8}{5}$; de plus, ce quotient est exact, et vaut 1,6.
- l'écriture fractionnaire du quotient de 8 par 3 est $\frac{8}{3}$; mais ce quotient ne peut pas s'écrire sous la forme d'un nombre décimal (*la division "ne s'arrête pas"*) : on ne peut en donner qu'une valeur décimale approchée (par exemple, son arrondi au centième est 2,67). Comme tous les autres nombres, on peut placer le nombre $\frac{8}{3}$ sur une droite graduée :



5.2 Multiples et diviseurs

Définitions : multiple, diviseur, divisible

Soient a et b deux nombres entiers positifs.
Lorsque le reste de la division de a par b est égal à zéro, on dit que a est un **multiple** de b, ou que b est un **diviseur** de a, ou encore que a est **divisible** par b.

Exemples :

- 15 est un **multiple** de 3, car $15 = 3 \times 5$

Autrement dit, 3 est un **diviseur** de 15, ou encore 15 est **divisible** par 3.

- 17 n'est pas un multiple de 3, car $17 = 3 \times 5 + 2$

Critères de divisibilité

Pour savoir si un nombre donné est divisible par 2, 3, 4, 5, 9 ou 10, on utilise les critères suivants :

- Un nombre sera **divisible par 2** s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8
- Un nombre sera **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3
- Un nombre sera **divisible par 4** si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4
- Un nombre sera **divisible par 5** s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre sera **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

Exemple : Le nombre 1380
- est divisible par 2, car il se termine par le chiffre 2.
- est divisible par 3, car $1+3+8+0=12$ qui est un multiple de 3.
- est divisible par 4, car ses deux derniers chiffres forment le nombre 80, qui est un multiple de 4
- est divisible par 5, car il se termine par le chiffre 0.
- n'est pas divisible par 9, car $1+3+8+0=12$ qui n'est pas un multiple de 9.

5.3 Différentes écritures fractionnaires pour un même nombre

Propriété

On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.
Autrement dit, si a, b et k sont trois nombres relatifs (avec b et k différents de 0) :

$$\frac{a}{b}=\frac{a\times k}{b\times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b}=\frac{a\div k}{b\div k}$$

▶ Application 1 : transformer l'écriture d'une fraction

- $\frac{3}{5}=\frac{3\times 2}{5\times 2}=\frac{6}{10}$
- $\frac{4}{9}=\frac{4\times 5}{9\times 5}=\frac{20}{45}$
- $\frac{36}{100}=\frac{36\div 4}{100\times 4}=\frac{9}{25}$
- $\frac{12}{21}=\frac{12\div 3}{21\div 3}=\frac{4}{7}$

▶ Application 2 : simplifier une fraction

Définition : simplifier une fraction

Simplifier une fraction signifie trouver une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Par exemple :
- $\frac{8}{12}=\frac{2\times \cancel{4}}{3\times \cancel{4}}=\frac{2}{3}$
- $\frac{20}{35}=\frac{4\times \cancel{5}}{\cancel{5}\times 7}=\frac{4}{7}$
- $\frac{24}{30}=\frac{12\times \cancel{2}}{\cancel{2}\times 15}=\frac{12}{15}$
- $\frac{135}{75}=\frac{45\times \cancel{3}}{25\times \cancel{3}}=\frac{45}{25}$

Définition : fraction irréductible

Lorsque l'on ne peut plus simplifier la fraction, on dit que celle-ci est **irréductible**

Par exemple : ci-dessus, les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{7}$ sont irréductibles, alors que les fractions $\frac{12}{15}$ et $\frac{45}{25}$ peuvent encore être simplifiées (*par 3 pour la première, par 5 pour la deuxième).*

▶ Application 3 : division par un nombre décimal

Pour diviser par un nombre décimal,
- on commence par rendre le diviseur **entier** en le multipliant par 10, 100, 1000,...
- on multiplie alors le dividende par le même nombre (10, 100, 1000 ...)
- on effectue la division obtenue en la posant.

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

Par exemple, si on veut calculer le quotient de 6,24 par 4,8 :

$$\frac{6,24}{4,8} = \frac{6,24 \times 10}{3,2 \times 10} = \frac{62,4}{32} = 1,3$$

Opération posée :

$$\begin{array}{r|l} 6,2,4 & 4,8 \\ \cline{2-2} -\ 4\ 8 & 1,3 \\ \cline{1-1} 1\ 4\ 4 & \\ -\ 1\ 4\ 4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

5.4 Comparer des fractions

Définition

Comparer deux nombres signifie dire lequel est le plus grand, lequel est le plus petit, ou s'ils sont égaux.
On utilise les symboles $<$ (*"est inférieur à", "est plus petit que"*), $>$ (*"est supérieur à", "est plus grand que"*) et $=$ (*"est égal à"*)

▶ Comparer deux fractions ayant le même dénominateur

Règle de comparaison 1

Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur,
alors ils sont rangés dans le même ordre que leurs numérateurs.

Exemples : • $\frac{5}{7} < \frac{8}{7}$ car $5 < 8$ • $\frac{13}{11} > \frac{8}{11}$ car $13 > 8$

▶ Comparer deux fractions ayant le même numérateur

Règle de comparaison 2

Si deux nombres en écriture fractionnaires ont le même numérateur,
alors ils sont rangés dans l'ordre inverse leurs dénominateurs.

Exemples : • $\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$ car $7 < 9$ • $\frac{13}{11} > \frac{13}{15}$ car $11 < 15$

▶ Comparer deux fractions, le dénominateur de l'une étant un multiple du dénominateur de l'autre

On commence par **réduire les deux fractions au même dénominateur**, avant d'appliquer la règle 1.

Exemple : • Comparons $\frac{5}{7}$ et $\frac{9}{14}$; on a $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}$; or $\frac{10}{14} > \frac{9}{14}$ donc $\frac{5}{7} > \frac{9}{14}$

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

▶ Comparer deux fractions en les comparant à un même nombre entier

Règle de comparaison 3

- Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est inférieur à son dénominateur, alors ce nombre est inférieur à 1.
- Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur, alors ce nombre est supérieur à 1.

Exemple : • Comparons $\frac{5}{7}$ et $\frac{9}{8}$; on a $\frac{5}{7} < 1$ car $5 < 7$; de plus $\frac{9}{8} > 1$ car $9 > 8$ donc $\frac{5}{7} < \frac{9}{8}$

▶ Comparer deux fractions dans les autres cas

Bien que réduire au même dénominateur soit toujours possible, il est parfois utile de comparer des nombres en écriture fractionnaire en effectuant les quotients, et en comparant leurs valeurs (exactes ou approchées).

Par Exemple : • Comparons $\frac{5}{4}$ et $\frac{23}{19}$; on a $\frac{5}{4} = 1{,}25$; de plus $\frac{23}{19} \approx 1{,}21$ Comme $1{,}25 > 1{,}21$, on en conclut que $\frac{5}{4} > \frac{23}{19}$

5.5 Ajouter, soustraire des nombres en écriture fractionnaire

Losque les dénominateurs sont les mêmes...

Pour additionner (ou soustraire) des fractions ayant **le même dénominateur**, il suffit de conserver le dénominateur commun, et d'additionner (ou soustraire) les numérateurs entre eux.
Si a, b et c sont des nombres (b non nul), on a $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$.

Exemples :

- $\frac{3}{4} + \frac{21}{4} = \frac{3+21}{4} = \frac{24}{4} = 6$
- $\frac{4}{3} + \frac{13}{3} = \frac{4+13}{3} = \frac{16}{3}$
- $\frac{25}{14} - \frac{4}{14} = \frac{25-4}{14} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$

Losque les dénominateurs sont différents...

Pour additionner (ou soustraire) des fractions ayant **des dénominateurs différents**, on commence par les **réduire au même dénominateur**, avant d'appliquer la règle précédente.

Exemples :

- $\frac{21}{8} + \frac{3}{4} = \frac{21}{8} + \frac{3\times 2}{4\times 2} = \frac{21}{8} + \frac{6}{8} = \frac{21+6}{8} = \frac{27}{8}$
- $3 - \frac{7}{12} = \frac{3}{1} - \frac{7}{12} = \frac{3\times 12}{1\times 12} - \frac{7}{12} = \frac{36}{12} - \frac{7}{12} = \frac{36-7}{12} = \frac{29}{12}$

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

5.6 Multiplier des nombres en écriture fractionnaire

Règle de multiplication de deux fractions

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux, puis on multiplie les dénominateurs entre eux.

Si a, b, c et d sont quatre nombres (avec b et d différents de 0) : $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times c}{b \times d}$

Exemples :

- $5 \times \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{1} \times \dfrac{4}{9} = \dfrac{5 \times 4}{1 \times 9} = \dfrac{20}{9}$
- $\dfrac{7}{5} \times \dfrac{4}{3} = \dfrac{7 \times 4}{5 \times 3} = \dfrac{28}{15}$

Remarque

Il est parfois préférable de simplifier **avant** d'effectuer les produits

- $\dfrac{24}{35} \times \dfrac{14}{16} = \dfrac{24 \times 14}{35 \times 16} = \dfrac{(8 \times 3) \times (7 \times 2)}{(5 \times 7) \times (8 \times 2)} = \dfrac{(\cancel{8} \times 3) \times (\cancel{7} \times \cancel{2})}{(5 \times \cancel{7}) \times (\cancel{8} \times \cancel{2})} = \dfrac{3}{5}$

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع